

## BIOLOGIA 1. Kasvisolun perusrakenne ja solun osien tehtävät.

Ydinasiat:	Pisteitys
Uloimpana pääasiassa selluloosasta koostuva <b>soluseinä</b> , joka suojaa ja tukee solua.	2
Kahdesta fosfolipidikerroksesta ja proteiineista koostuva puoliläpäisevä <b>solukalvo</b> , joka sijaitsee soluseinän sisäpuolella, säätelee aineiden kulkeutumista soluun ja solusta pois, välittää soluun tulevia viestejä	2
Vedestä ja siihen liuenneista aineista koostuva <b>solulima</b> solukalvon sisäpuolella. Siinä sijaitsevat soluorganellit ja mikroputket (proteiinisäikeitä), jotka pitävät yllä solun muotoa. Siinä tapahtuu kemiallisia reaktioita (esim. glykolyysi)	2
<b>Solunesterakkula l. vakuoli</b> varastoi vettä, jätteitä, ym. ja pitää yllä nestejännitystä ja siten solun muotoa.	2
<b>Tuma</b> , jota tumakotelo ympäröi, sisältää tumajyvän, jossa valmistetaan ribosomien osasia, ja kromosomit geneineen, jotka ohjaavat solun toimintaa (proteiinisynteesiä).	2
Solulimassa ja solukalvoston pinnalla sijaitsevat <b>ribosomit</b> osallistuvat proteiinien valmistamiseen.	1
<b>Solulimakalvostossa</b> valmistetaan ja kuljetetaan solun tarvitsemia aineita (proteiineja, lipidejä)	2
Solulimassa sijaitseva kalvostoista koostuva <b>Golgin laite/diktyosomi</b> muokkaa ja pakkaa proteiineja rakkuloihin (esim. solun eritteet)	2
Kaksoiskalvon ympäröimä, kalvopusseja ja välitilaa ja klorofylliä sisältävät <b>viherhiukkaset l. kloroplastit</b> sitovat energiaa fotosynteesin avulla kemialliseksi energiaksi	2
Kahden kalvon, joista sisempi poimuttunut, ja välitilan muodostamassa <b>mitokondriossa</b> ravintoaineista vapautuu energiaa solun käyttöön	2
Rakkulamaiset lysosomit/peroksisomit hajottavat tarpeettomia aineita ja bakteereita	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
<b>Yhteensä</b>	<b>21</b>

**BIOLOGIA2. Miten voidaan vaikuttaa puiden eri ominaisuuksiin jalostuksen avulla ja millaisia ongelmia siihen liittyy? Mitkä muut tekijät vaikuttavat puiden ominaisuuksiin?**

<b>Ydinasiat:</b>	<b>Pisteitys</b>
<p><b>Jalostus:</b>  <i>Valinta:</i> Valitaan ulkonäön perusteella halutunlainen puu, jota käytetään siementuotantoa varten. Valinta ei luo mitään uutta, sillä se pelkää lajittelee olemassa olevaa muuntelua. Ongelmana on myös hitaus.</p>	3
<p><i>Risteytys:</i> Halutunlaisen emopuun emikukat pölytetään toisen valitun puun siitepölyllä, jolloin saadaan risteytys. Jälkeläiset ilmentävät vanhempiensa ominaisuuksia sattumanvaraisesti, minkä vuoksi niistä on valittava edelleen halutunlaiset yksilöt ja kenties jatkettava risteytystä.</p>	2
<p>Ongelmana on myös hitaus, mutta silti se on ensisijainen kasvinjalostuksen keino puilla valinnan ohella.</p>	2
<p><i>Solukkoviljely, kloonaus, haploidijalostus:</i> Solukkoviljelyn avulla voidaan tuottaa uusia kasveja suvuttomasti kasvien kasvisolukoista tai yksittäisistä soluista. Niitä voidaan tuottaa myös siitepölyhiukkasista (esiaste) kolkisiinikäsittelyn avulla (haploidijalostus). Solukkoviljelmillä voidaan tuottaa perimältään samanlaisia kasveja kuin emokasvi eli klooneja paljon ja nopeasti.</p>	3
<p>Ei geneettistä muuntelua, on nimenomaan yhden tietyn yksilön lisäämistä. Kloonitaimien käyttöön liittyy myös ongelmia ja riskejä.</p>	2
<p><i>Geenitekniikka:</i> geeniperimän muokkaamista, haluttuja ominaisuuksia määräävien geenien siirtämistä ilman lajirajoja. Sillä voidaan valintaa nopeuttaa ja tehostaa.</p>	2
<p>Muuntogeenisten kasvien viljelyyn liittyy myös eettisiä ongelmia ja riskejä.</p>	2
<p><b><u>Ympäristötekijät ja niiden säätely:</u></b>            Genotyyppi, fenotyyppi, genotyypin ja ympäristötekijöiden vuorovaikutus.</p>	2
<p>Kasvupaikan ominaisuudet ja/tai metsänhoidolliset toimenpiteet.</p>	2
<p>Selkeys ja johdonmukaisuus</p>	1
<p><b>Yhteensä</b></p>	<b>21</b>

### BIOLOGIA3. Hiilen kierto luonnossa ja ihmisen toiminnan vaikutus siihen.

Ydinasiat:	Pisteitys
<i>Hiilen kierron pääprosessit luonnossa:</i>	
- Vihreät kasvit (ja muut yhteyttävät eliöt) ottavat <b>hiilidioksidia</b> (epäorgaaninen hiiliyhdiste) <b>ilmasta</b> ja sitovat sen <b>fotosynteesissä</b> orgaanisiin yhdisteisiin. Hiilidioksidin määrä vaikuttaa <b>yhteyttämistehokkuuteen</b> (lämpötilan ja vedensaannin ohella).	1 2 1
- <b>Ravintoketjussa</b> hiili siirtyy tuottajilta kuluttajille ja edelleen hajottajille.	1
- Hiilidioksidia <b>vapautuu takaisin ilmakehään</b> (tai veteen) eliöiden (tuottajat, kuluttajat, hajottajat) <b>hengitysreaktioissa</b> (soluhengitys) ja biomassan palamisessa (metsäpalot).	2
- Ilmakehästä hiiltä poistuu <b>hiilinieluihin</b> , joista tärkeimpiä ovat meret, metsät (nuoret eritoten) ja luonnontilaiset suot (turve).	2
<i>Hiilen lyhyt- ja pitkäaikaiset varastot:</i>	
- <b>Ilmakehä on eliöiden kannalta tärkein</b> hiilen varasto.	1
- Hiiltä on myös maaekosysteemien, valtamerien (syvyyksissä) ja sisävesien pintakerroksen biomassassa. Osa kasvien sitomasta hiilestä varastoituu lyhytaikaisesti kasvien (ja muiden eliöiden) biomassaan ( <b>nopea kierto</b> ).	1
- Suurin osa maapallon hiilestä on varastoitunut <b>pitkäaikaisiin varastoihin maaperään</b> turpeena, fossiilisina polttoaineina tai kalkkikivenä/karbonaateina.	2
<i>Ihmisen toiminnan vaikutus hiilen kiertoon ja varastoihin:</i>	
- Ihmisen toiminnan seurauksena hiilen <b>kierto on muuttunut</b> viimeisen sadan vuoden aikana. Haitallisten ihmistoimien seurauksena <b>ilman hiilidioksidipitoisuus kasvaa</b> .	1 1
- <b>Hiilen lähteet</b> vapauttavat hiiltä ilmakehään: Tärkein <b>hiilidioksidin</b> lähde on <b>fossiilisten polttoaineiden</b> (ja turpeen) <b>käyttö</b> , minkä seurauksena pitkäaikaisesti varastoitunut hiili palautuu takaisin ilmakehään ja eliöiden käyttöön. Myös metsien väheneminen ja aavikoituminen (sekä luontainen tulivuoritoiminta) aiheuttaa hiilidioksidipäästöjä.	2
- <b>Metsänhoito ja käyttö</b> vaikuttaa metsien hiilivarastoon	1
- <b>Metaania</b> vapautuu eniten maataloudesta (märehtijät, riisipellot).	1
- <b>Soiden kuivatus</b> lisää hiilidioksidi- ja metaanipäästöjä ilmakehään	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
<b>Yhteensä</b>	<b>21</b>

## MATEMATIIKKA1.

- a) Oheinen kuvaaja esittää kuusen rungon läpimitan eri korkeudella (0 on kannon korkeus). Arvioi kuvaajan perusteella kuinka paksu puu on 20 metrin korkeudella? Paksuudeltaan yli 15 cm:n rungonosasta voidaan tehdä tukkia. Kuinka pitkä tukki puusta voidaan tehdä? (maksimi 2 p)
- b) Kuusen rungon tilavuus  $V$  [m<sup>3</sup>] riippuu puun läpimitasta kannon korkeudella  $D$  [m] ja pituudesta  $H$  [m] yhtälön

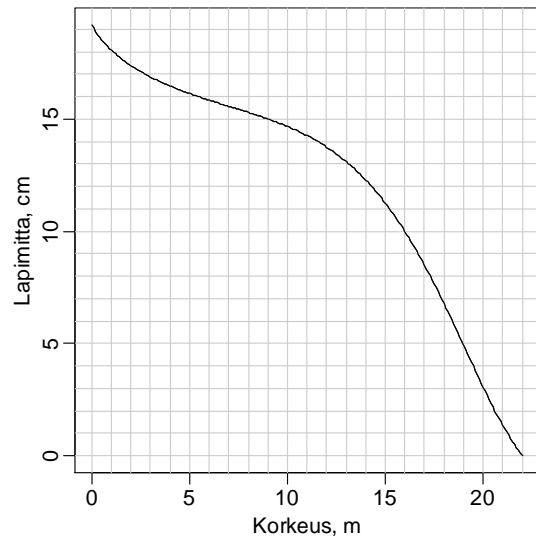
$$V = a \frac{\pi}{4} D^2 H$$

mukaisesti, jossa  $a$  on ns. muotoluku.

Muotoluvuksi on ehdolla luvut  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  ja

1. Minkä näistä valitsisit muotoluvuksi? Perustele vastauksesi. (maksimi 6 p)

- c) Pituuskasvunsa päättäneen puun läpimitta kannon korkeudella on 30 cm ja tilavuutta kuvaa b-kohdan funktio. Kuinka monta prosenttia puun tilavuus kasvaa, kun läpimitta  $D$  kasvaa yhden senttimetrin. (maksimi 6 p)
- d) Metsänomistaja saa kiinteän yksikköhinnan (€m<sup>3</sup>) puusta, jonka tilavuutta kuvaa b-kohdan funktio. Kannon korkeudelta 22 cm paksun ja 20 metriä pitkän puun läpimitta  $D$  kasvoi edellisen vuoden aikana 4 mm ja pituus 20 cm. Miten suuri oli puun arvon suhteellinen muutos (%)? (maksimi 7 p)



Mallivastaus:

(Yht. 21 p)

- a) Kuvaajasta voidaan lukea, että 20 metrin korkeudella puun läpimitta on 3 cm. (1p)

Läpimitta saa arvon 15, kun pituus on 9 m, joten puusta voidaan tehdä 9 metriä pitkä tukki. (1p)

- b) Kirjoitetaan  $D=2R$ , jolloin annettu kaava sievenee muotoon

$$V = a\pi R^2 H$$

Huomataan, että annettu yhtälö on samaa muotoa kuin pyörähdyskappaleiden tilavuuden laskemisessa käytettävät kaavat, jotka ovat muotoa

$$V = vakio \pi R^2 H$$

ja kaavan vakio on suoraan haluttu muotoluku. (2p)

Tiedetään, että suoran ympyrälieriön (sylinterin) kaavassa vakio on 1. Puun runko ei ole sylinterimäinen (perustietoa mutta voidaan nähdä myös a-kohdan kuvaajasta), vaan kapenee latvaa kohden. Siten muotoluvun arvo 1 (sylinteri) ei ole mahdollinen. Tässä vaiheessa voidaan myös päätellä, että tilavuus tuskin on vain 1/10 vastaavan sylinterin tilavuudesta, joten jäljelle jäävät

vaihtoehdot  $1/3$  ja  $1/2$ .

(2p)

Suoran ympyräkartion kaavassa vakio on  $1/3$  (nähdään annetusta kaavakokoelmasta). a- kohdan kuvaajasta voidaan nähdä, että puun runko on ympyräkartiota pulleampi. Siten puun muotoluvun tulee olla suurempi kuin  $1/3$ . Näin ollen ainoaksi sopivaksi vaihtoehdoksi jää arvo  $1/2$ .

(2p)

Jos opiskelija huomasi yhteyden pyörähdyskappaleiden tilavuuskaavojen ja annetun funktion avulla, sai vastauksesta vähintään 2 pistettä. Jos lisäksi päätyi ehdottamaan lukua  $1/3$  ympyräkartion kaavan perusteella, tuotti vastaus 4 pistettä.

c)

### Vaihtoehto 1.

Absoluuttinen tilavuusmuutos saadaan

$$\begin{aligned}\Delta V &= a \frac{\pi}{4} D_2^2 H - a \frac{\pi}{4} D_1^2 H \\ &= a \frac{\pi}{4} H (D_2^2 - D_1^2)\end{aligned}\quad (2p)$$

Tilavuuden prosentuaalinen kasvu saadaan jakamalla kasvu alkutilavuudella ja kertomalla sadalla. Pituus, kertoimet ja muotoluku supistuvat.

$$\begin{aligned}\Delta V\% &= 100 \frac{\Delta V}{a \frac{\pi}{4} D_1^2 H} \\ &= 100 \frac{a \frac{\pi}{4} H (D_2^2 - D_1^2)}{a \frac{\pi}{4} D_1^2 H} \\ &= 100 \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1^2}\end{aligned}\quad (3p)$$

Sijoittamalla havaitut läpimitat kaavaan saadaan

$$100 \cdot (0,31^2 - 0,30^2) / 0,30^2$$

$$= 6,777778\dots$$

$$\approx 6,8\%$$

(1p)

(Hyväksytään myös 7% ja 6,78%, jos tulokseen on päädytty virheettömän laskun kautta)

### Vaihtoehtoinen ratkaisu:

Voidaan myös laskea ensin alku- ja lopputilavuus pituuden  $H$ :n funktiona käyttäen b- kohdassa valittua muotolukua (väärästä muotoluvusta ei rankaista)

(2p)

Tämän jälkeen prosentuaalinen kasvu voidaan laskea kaavalla

$$\Delta V\% = 100 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right)$$

(3p)

- Jos kasvu on suhteutettu lopputilavuuteen, ym. kolmen pisteen vaiheesta vähennetään 1 piste

- Jos pituutena on käytetty itse keksittyä kiinteää lukua, ym. kolmen pisteen vaiheesta vähennetään 1 piste.
- Välvaiheiden pyöristyksestä johtuvista laskuvirheistä tai edeltävässä kohdassa rankaistuista sijoitusvirheistä ei rankaista tässä vaiheessa, elleivät ne johda epäuskottavaan tulokseen.

Vastaus: 6,8% (1p)

(Hyväksytään myös 7% ja 6,78% jos tulokseen on päädytty virheettömän laskun kautta)

d)

### Vaihtoehto 1

Tilavuuskasvu saadaan taas erotuksena, mutta nyt pitää huomioida myös pituuden kasvu

$$\begin{aligned}\Delta V &= a \cdot \pi/4 \cdot D_2^2 \cdot H_2 - a \cdot \pi/4 \cdot D_1^2 \cdot H_1 \\ &= a \cdot \pi/4 \cdot (D_2^2 \cdot H_2 - D_1^2 \cdot H_1)\end{aligned}\quad (2p)$$

Arvokasvu saadaan kertomalla tilavuuskasvu yksikköhinnalla P

$$\begin{aligned}\Delta A &= P \cdot \Delta V \\ &= P \cdot a \cdot \pi/4 \cdot (D_2^2 \cdot H_2 - D_1^2 \cdot H_1).\end{aligned}$$

Puun arvo alkutilanteessa oli

$$A_1 = P \cdot a \cdot \pi/4 \cdot D_1^2 \cdot H_1 \quad (1p)$$

Puun arvon suhteellinen muutos prosentteina (%) saadaan jakamalla arvon muutos alkutilanteen arvolla.

$$\begin{aligned}\Delta A\% &= 100 \cdot \Delta A / A_1 \\ &= 100 \cdot P \cdot a \cdot \pi/4 \cdot (D_2^2 \cdot H_2 - D_1^2 \cdot H_1) / (P \cdot a \cdot \pi/4 \cdot D_1^2 \cdot H_1) \\ &= 100 \cdot (D_2^2 \cdot H_2 - D_1^2 \cdot H_1) / (D_1^2 \cdot H_1) \\ &= 100 \cdot (0,22^2 \cdot 20 - 0,216^2 \cdot 19,8) / (0,216^2 \cdot 19,8) \\ &= 4,785856\dots \\ &\approx 4,8\%\end{aligned}\quad (1p)$$

### Vaihtoehto 2

Arvon suhteellinen muutos on sama kuin tilavuuden suhteellinen muutos (huomioitu joko maininnalla tai kaavoissa sieventämällä) (1p)

Lasketaan tilavuus alkutilanteessa ja lopputilanteessa käyttäen annettuja arvoja ja b- kohdassa valittua muotolukua (väärästä muotoluvusta ei rankaista) (2p)

- Jos kasvu on lisätty nykytilanteen arvoihin eikä vähennetty, vähennetään 1p

Prosentuaalinen kasvu voidaan laskea kaavalla

$$\Delta A\% = 100 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \quad (3p)$$

- Jos kasvu on suhteutettu lopputilavuuteen, tässä kohden vähennetään 1 piste

- Välivaiheiden pyöristyksestä johtuvista laskuvirheistä tai edeltävässä kohdassa rankaistuja sijoitusvirheistä ei rankaista tässä vaiheessa, elleivät ne johda epäuskottavaan tulokseen.

Tulos oikein (1, 2 tai 3 desimaalilla) oikein tehdyn laskun jälkeen (1p)

Jos ei perusteltu miksi lasketaan tilavuuden suhteellinen kasvu vaikka kysyttiin arvon suhteellista kasvua, antaa vastaus korkeintaan 6 pistettä.

Jos annettu nykyhetki tulkittiin alkutilaksi, tuottaa vastaus korkeintaan 5 pistettä (-1 ensimmäisestä kohdasta ja -1 väärästä vastauksesta)

**MATEMATIIKKA2.** Metsää voidaan pitää sijoituspääomana, josta saatavien tulevaisuuden tulojen nykyhetken diskontattua arvoa kutsutaan pääoman nykyarvoksi. Oletetaan, että 5-vuotiaan männyntaimikon nykyarvo  $N$  [€ha<sup>-1</sup>] riippuu taimikon tulevasta päätehakkuuikästä  $t$  [vuosi] seuraavasti:

$$N(t) = -100 + 60t - \frac{t^2}{2}, \text{ kun } 40 < t \leq 90.$$

- a) Mikä on taimikon nykyarvon  $N$  maksimoiva päätehakkuuikä  $t$ ? (maksimi 7 p)
- b) Kuinka paljon taimikon nykyarvo  $N$  alenee (euroina), jos metsikkö päätehakataan optimaalisen ajankohdan sijasta 70-vuotiaana? (maksimi 5 p)
- c) Miten paljon b-kohdassa ennakoitusta päätehakkuusta saatavan tulon tulisi kasvaa, jotta taimikon nykyarvo 5 %:n vuotuisella korolla olisi 1700 euroa. (maksimi 5 p)
- d) Eduskunta asettaa männyntaimikolle kiinteistöveron, joka on maksettava ensi vuodesta alkaen. Miten suuri 70 vuoden päätehakkuuikäen samansuuruisena toistuva vuotuinen vero voi enintään olla, jotta vuotuisten verojen yhteenlaskettu nykyarvo 5 %:n vuotuisella korolla ei ylittäisi 1700 euroa) (maksimi 4 p)

**Mallivastaus:**

**(Yht. 21 p)**

a) Funktion ääriarvokohta saadaan laskemalla sen derivaattafunktion nollakohta. (2p)

Derivoidaan  $N(t)$  ja asetetaan se nolllaksi.

$$N'(t) = 60 - t = 0 \quad (2p)$$

$$\Rightarrow t = 60.$$

Kulkukaavion tai toisen derivaatan negatiivisuuden ( $N''(t)=-1$ ) perusteella (1p)  
nollakohta on funktion maksimikohta (myös koska kyse on alaspäin aukeavasta paraabelista, koska  $t^2$ :n kerroin on negatiivinen,  $-1/2$ ).

Koska aika on vuosia, taimikon nykyarvo maksimoituu, kun päätehakkuuikä on 60 vuotta. (2p)

Jos oikea vastaus on saatu kokeilemalla (eli laskemalla  $N(t)$  joillakin  $t$ :n arvoilla), tuottaa vastaus 4 pistettä.

b) Nykyarvon alenema on  $N(60)-N(70)$  (2p)

$$=1700-1650=50 \quad (2p)$$

Vastaus: nykyarvo alenee 50 euroa/ha (1p)

c) b-kohdassa  $N(70)=1650$

vaadittava nykyarvon lisäys 70 vuoden päätehakkuuikässä (eli 65 vuoden kuluttua nykyhetkestä) on siis 50 euroa. (1p)

Tämän tuottava päätehakkuutulon lisäys saadaan ratkaisemalla  $K_n$  nykyarvokaavasta eli

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad (2p)$$

Sijoittamalla saadaan  $50 \cdot 1,05^{65} = 1191,995 \dots$  euroa (1p)

Vast: Päätehakkuutulon tulisi kasvaa noin 1192 euroa/ha (1p)



Vaihtoehtoisesti voidaan laskea erikseen 65 vuoden kuluttua saatavat kertaluonteiset päätehakkuutulot, jotka tuottavat nykyarvoksi 1650 euroa ja 1700 euroa ja ratkaista vastaus näiden päätehakkuutulojen erotuksena.

d) Annuiteetin kaavaan ( $A = L \cdot q^n \cdot \frac{1-q}{1-q^n}$ ) sijoitetaan suoraan  $L=1700$  euroa,  $q=1,05$ ,  $n=65$  ja lasketaan

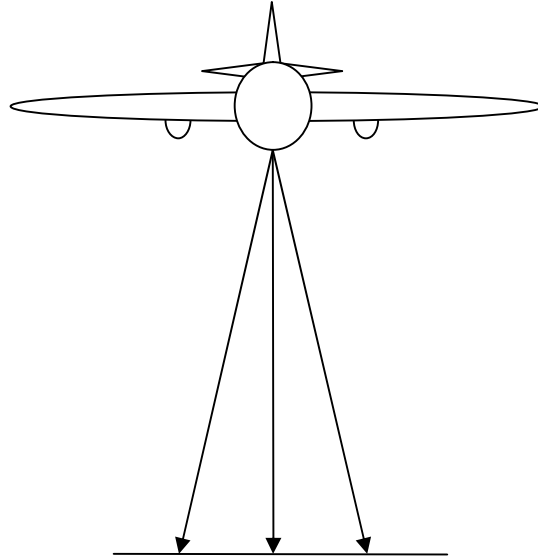
A. Vero on maksettava siis samansuuruisena eränä 65 kertaa vuodesta 1 vuoteen 65 (eli puuston iästä 6 ikään 70).

$$A = 1700 \cdot 1,05^{65} \cdot \frac{1-1,05}{1-1,05^{65}} \quad (3p)$$

=88,72156...

Vastaus: vuotuisen kiinteistöveron on oltava enintään 88,72 euroa/ha (1p)

**MATEMATIIKKA3.** Lentokoneeseen on asennettu laserkeilain, joka mittaa etäisyyksiä alla olevan metsikön puihin valon nopeudella (299 792 458 m/s) kulkevien laserpulssien avulla. Pulssit lähetetään alaviistoon koneen kulkusuuntaan nähden poikittain oheisen kuvan mukaisesti. Kohteeseen osuttuaan pulssi heijastuu takaisin keilaimen. Lentokoneen voidaan olettaa pysyvän paikallaan pulssin kulkuajan.



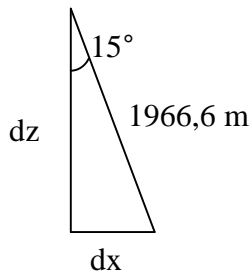
- Pulssin lähettämisen ja paluuheijastuksen saapumisen välillä kului aikaa 13,12 mikrosekuntia. Kuinka suuri on keilaimen ja kohteen välinen etäisyys? (maksimi 4 p)
- Laserkeilaimen sijainti  $kkj^2$ -tasokoordinaatistossa on  $x = 2514568,4$ ,  $y = 6860683,1$  ja  $z = 2098,0$  (metriä). A-kohdan laserpulssi lähetettiin 15 asteen poikkeamalla pystysuorasta suoraan idän (x-akselin) suuntaan. Mitkä ovat sen pisteen xyz-koordinaatit, josta paluuheijastus saatiin? (maksimi 7 p)
- Kuinka suuri on keilaimen ja heijastuspisteen välinen etäisyys, kun keilaimen sijainti on sama kuin b-kohdassa ja paluuheijastuksen koordinaatit ovat  $x = 2514948,0$ ,  $y = 6860697,0$  ja  $z = 188,3$ ? (maksimi 5 p)
- Montako astetta on c-kohdan pulssin poikkeama pystysuunnasta? (maksimi 5 p)

**Mallivastaus:**

**(Yht. 21 p)**

- Pulssin kulku-aika sekunteina =  $13,12 \mu\text{s} = 0,00001312 \text{ s}$  (1p)  
 Yhdensuuntainen kulku-aika  $0,00001312 \text{ s} / 2 = 0,00000656 \text{ s}$  (1p)  
 $s = v \cdot t$  eli (1p)  
 $0,00000656 \cdot 299792458 = 1966,6385 \text{ m} \approx 1967 \text{ m.}$  (1p)

b) A-kohdasta tiedetään pulssin kulkema matka 1966,6 m.



$$\begin{aligned} \text{X-koordinaatin muutos } dx: \sin(15^\circ) &= dx / 1966,6 \Leftrightarrow dx = \sin(15^\circ) \cdot 1966,6 \text{ m} \\ &= 509,0 \text{ m} \end{aligned} \quad (2\text{p})$$

$$\text{Heijastuspisteen x-koordinaatti kasvaa eli } x = 2514568,4 + 509,0 = 2515077,4. \quad (1\text{p})$$

$$\text{Y-koordinaatti on vakio } (6860683,1), \text{ koska pulssin suunta on itä.} \quad (1\text{p})$$

$$\begin{aligned} \text{Z-koordinaatin muutos } dz: \cos(15^\circ) &= dz / 1966,6 \Leftrightarrow dz = \cos(15^\circ) \cdot 1966,6 \text{ m} \\ &= 1899,6 \text{ m} \end{aligned} \quad (2\text{p})$$

$$dz \text{ saadaan myös pythagoraan lauseesta } 509,0^2 + dz^2 = 1966,6^2.$$

$$\text{Pisteen z-koordinaatti vähenee eli } z = 2098,0 \text{ m} - 1899,6 \text{ m} = 198,4 \text{ m} \quad (1\text{p})$$

Vastaus on siis  $x = 2515077,4 \text{ m}$ ,  $y = 6860683,1 \text{ m}$ ,  $z = 198,4 \text{ m}$ .

Huom. täydet pisteet sai oikealla laskennalla, vaikka a-kohdan tulos olisi virheellinen.

c) Esimerkiksi 3D-särmion lävistäjän kaavalla euklidinen etäisyys

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (3\text{p})$$

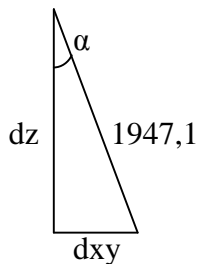
$$= \sqrt{(2514568,4 - 2514948)^2 + (6860683,1 - 6860697)^2 + (2098 - 188,3)^2} \quad (1\text{p})$$

$$= 1947,1 \text{ m. Voi toki laskea monella tavalla.} \quad (1\text{p})$$

d) Voi laskea monella eri tavalla. Esimerkiksi c-kohdan tulosta käyttäen

$$\cos(\alpha) = dz / s = (2098 - 188,3) / 1947,1 = 1909,7 / 1947,1 \quad (4\text{p})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 11,2^\circ. \quad (1\text{p})$$



Vaihtoehtoisesti kolmion kannan pituus XY-tasossa, sitten keilauskulma tangentin tai sinin avulla.

$$\text{Kanta: } dxy = \sqrt{(2514568,4 - 2514948)^2 + (6860683,1 - 6860697)^2} = 379,85. \quad (1\text{p})$$

$$\tan(\alpha) = dxy / dz = 379,85 / (2098 - 188,3) = (379,85 / 1909,7) \quad (3\text{p})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 11,2^\circ. \quad (1\text{p})$$

Huom. täydet pisteet sai oikealla laskennalla, vaikka c-kohdan tulos olisi virheellinen.