

Itä-Suomen yliopisto/Metsätieteiden osasto Valintakoe 2013/MALLIVASTAUKSET

Kysymys 1. Eliöläjien väliset vuorovaikutussuhteet. Esitä esimerkki kustakin vuorovaikutussuhteesta ja selitä, miten vuorovaikutus toimii.

Ydinasiat:	Pisteitys
<p>Saalistuksella tarkoitetaan <u>toisen lajin käyttämistä ravinnoksi joko osittain tai siten että toinen eliö kuolee</u>. <u>Peto-saalisuhteessa</u> yksi eläin syö toisen, kuten näätä syö oravan. <u>Laidunnuksessa</u> kasvinsyöjä syö kasveja, mutta tämä ei välttämättä johda koko yksilön kuolemaan, esim. hirvi syö koivuntaimien latvoja. <u>Loisinnassa</u> yksi laji käyttää toista ravinnoksi siten, että isäntä pysyy hengissä ainakin jonkin aikaa, kuten mesisieni käyttää elävää puuta.</p>	5
<p><u>Kilpailussa</u> kaksi lajia käyttää samoja resursseja kuten ravintoa tai pesimispaikkoja siten, että tästä on haittaa molemmille. Mitä enemmän lajien <u>ekolokerot muistuttavat toisiaan</u>, sitä ankarampaa kilpailu on. Kilpailu voi johtaa toisen <u>syрjäytymiseen</u>, esim. minkki on Suomessa syrjäyttänyt vesikkoa samanlaisen ravinnon ja samanlaisten esiintymispaikkojen vuoksi. Kilpailu voi johtaa myös <u>erikoistumiseen</u>, esim. tiaislajit ruokailevat eri osissa puuta.</p>	5
<p><u>Mutualismissa</u> molemmat osapuolet hyödyttävät toisiaan, tiiviistä mutualismista käytetään myös nimeä <u>symbioosi</u>. Ehdottomassa mutualismissa yhdessä eläminen on molempien elinehto, esimerkiksi lehtikuusi ja lehtikuusentatti muodostavat sienijuuren, jossa sieni ottaa ravinteita maasta puulle ja saa puulta hiilihydraatteja. Ehdollisessa mutualismissa lajit voivat elää myös <u>erillään</u>, kuten kukkakasvi ja pölyttäjähyönteinen, jotka voivat käyttää useita lajeja, esim. kanerva ja mehiläinen. Hyönteinen siirtää siitepölyä kasviyksilöstä toiseen ja saa mettä ravinnokseen.</p>	5
<p>Jos yhdessäelosta on hyötyä ainoastaan toiselle osapuolelle, muttei haittaa eikä hyötyä toiselle, kyseessä on <u>pöytävieraus</u>. Esimerkiksi varis käyttää ravinnokseen suden jättämää haaskaa.</p>	3
<p><u>Hajotustoiminnassa</u> useat eliöt, lähinnä sienet, bakteerit sekä selkärangattomat eläimet käyttävät ravinnokseen kuolleita eliöitä kuten kaikkia kuolleita kasvinosia. <u>Neutraalissa suhteessa</u> lajit elävät samalla paikalla, mutta eivät vaikuta toisiinsa, esim. töyhtötiainen ja hirvi. <u>Amensalismissa</u> toinen eliö vahingoittaa toista ilman että tämä vaikuttaisi eliöön; esim. ihminen astuu sienien itiöemän päälle.</p>	2
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
Yhteensä	21

Kysymys 2. Mitä ovat kasvihuoneilmiö ja ilmastonmuutos, mistä ne johtuvat, ja millaisia ovat käynnissä olevan ilmastonmuutoksen vaikutukset maaekosysteemien eliöihin ja rakenteeseen?

Ydinasiat:	Pisteitys
Kasvihuoneilmiö: osa auringon <u>lyhytaaltoisesta säteilystä heijastuu</u> jo yläilmakehässä avaruuteen, osa saavuttaa maan pintaosat, joista <u>heijastuessaan muuttuu pitkäaaltoiseksi lämpösäteilyksi</u> . Kasvihuonekaasut <u>pidättävät tätä lämpösäteilyä alailmakehässä</u> (troposfääri), joka <u>lämpenee</u> . Ilmiö on <u>välttämätön elämälle maapallolla</u> .	3
Tärkeimmät kasvihuonekaasut troposfäärissä ovat <u>vesihöyry, hiilidioksidi ja metaani</u> ; muita ovat mm. dityppioksidi (ilokaasu) ja fluoratut kasvihuonekaasut (kuten CFC- eli kloorifluorihdisteet). <u>Vesihöyry on merkittävin</u> , mutta sitä syntyy ihmistoiminnasta lähinnä epäsuorasti. <u>Yläilmakehän otsoni</u> mm. estää auringon säteilyä pääsemästä maan pintaosiin hidastaen lämpenemistä; alailmakehässä otsoni taas on kasvihuonekaasu.	3
Ilmastonmuutos: <u>pitkäaikainen säätilojen muuttuminen tiettyyn suuntaan</u> . Se on <u>luonnollinen</u> ilmiö, ja jääkaudet ovat sen yksi seuraus. Tärkeimpiin vaikutuksiin kuuluvat <u>lämpötilan sekä sadannan ja haihdunnan muutokset</u> ; nousut tai laskut.	3
<u>Ihmisen vaikutus</u> meneillään olevaan lämpenemiskehitykseen on <u>kiistaton mutta suuruudeltaan epäselvä</u> . Teollinen vallankumous (1800-luvulta lähtien) aloitti laajamittaisen <u>fossiilisten polttoaineiden</u> käytön. Välittömästi vaikuttaviin tekijöihin luetaan fossiilisten polttoaineiden päästöjen lisäksi mm. <u>kasvillisuuden hävittäminen</u> (kuten metsien hakkuut; <u>hiilen vapautuminen</u>) sekä <u>karjatalous ja kaatopaikat (metaanin vapautuminen)</u> . Välillisiin vaikutuksiin luetaan mm. <u>jäätiköiden ja ikiroidan sulaminen</u> , joista ensin mainittu nostaa valtamerien pintaa ja jälkimmäisessä mm. vapautuu metaania. Kaikki lisäävät troposfäärin kasvihuonekaasujen määrää. Ihmislähtöisistä kasvihuonekaasupäästöistä <u>hiilidioksidi on merkittävin</u> .	5
<u>Kasvukauden pituus</u> ja mm. kasvillisuuden/puiden levinneisyydet voivat muuttua ilmaston lämpenemisen vuoksi. Ennustemallien mukaan <u>lämpötilan ja sateisuuden muutokset vaihtelevat alueittain</u> . Osa lajeista kykenee <u>sopeutumaan</u> evolutiivisesti, osa <u>siirtyy</u> uusille alueille, osaa saattaa kohdata <u>sukupuutto</u> . Käynnissä olevan ilmastonmuutoksen aiheuttama keskilämpötilojen nousu on luonnonilmiöiden ajoittumisia tarkastelevassa tutkimuksessa (fenologia) liitetty mm. <u>lintujen kevätmuuton aikaistumiseen ja useiden perhoslajien levittäytymiseen</u> . Ekosysteemien rakenteelliset muutokset ovat vaikeasti ennustettavia; ne ovat seurausta lajien sopeutumis- ja levittäytymiskyvyn sekä lajien välisten <u>vuorovaikutuksien vaihtelusta</u> .	6
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
Yhteensä	21

Kysymys 3. Miten bakteerit lisääntyvät ja miten niillä tapahtuu geneettistä muuntelua? Miksi ja miten ihminen käyttää bakteereita hyväkseen geeniteknologiassa?

Ydinasiat:	Pisteitys
Bakteerit lisääntyvät suvuttomasti jakaantumalla niin, että ensin kromosomi ja plasmidi jakaantuvat kahtia, sitten koko solu niin, että yksi kromosomi ja yksi plasmidi sijoittuvat yhteen tytärsoluun.	2
Bakteerien geenit sijaitsevat kromosomissa ja plasmidissa. Geneettistä muuntelua bakteereilla aiheuttavat -mutaatiot: geenissä tai kromosomissa tapahtuvat pysyvät muutokset -transduktio: bakteriofagi siirtää bakteeri-DNA:ta bakteerista toiseen -konjugaatio: luovuttajabakteerin sisältämää DNA:ta siirtyy vastaanottaja-bakteeriin pilusta pitkin. Tätä ennen luovuttajabakteerin DNA on kahdentunut -transformaatio: bakteeri ottaa sisäänsä kuolleen bakteerin kromosomipalasia tai kokonaisia plasmideja.	6
Bakteereita käytetään geeniteknologiassa, koska niitä on helppo hyödyntää: -bakteerit muuntuvat helposti geneettisesti -geenien siirto transformaatiota hyödyntämällä bakteereihin on helppoa -muuntogeeninen kanta on helppo eristää antibioottiresistenssi geenin avulla puhtaaksi halutun geenin sisältäväksi kannaksi -geenien muuntelu on helppo tunnistaa, koska bakteerit ovat haploideja -bakteerit lisääntyvät suotuisissa olosuhteissa hyvin nopeasti, jolloin niiden aikaansaama tuotanto on nopeaa, tehokasta ja halpaa -bakteerikanta voidaan säilöä pakastettuna.	6
Siirtogeenisiä bakteereita voidaan käyttää tuottamaan erilaisia aineita, mm. -entsyymejä, kuten kymosiinia (juustonjuoksutin), tekstiiliteollisuuden käyttämiä entsyymejä tai ympäristönsuojelussa toimivia entsyymejä, esim. maaperään valuneen öljyn hajottamiseen -lääkeaineita, esim. kasvuhormonia, insuliinia, tyroksiinia, erytropoietiinia.	3
Bakteereihin voidaan siirtää eri eliöiden genejä säilöön, ns. geenikirjastot.	1
Bakteereja vektoreina käyttämällä voidaan myös siirtää genejä korkeampiin eliöihin ja siten tuottaa mm. muuntogeenisiä ravintokasveja.	1
Taudinaiheuttajabakteerien pintaproteiineja monistetaan rokotteisiin geenitekniikan avulla.	1
Selkeys ja johdonmukaisuus	1
Yhteensä	21

MATEMATIIKKA:

MATEMATIIKKA1.

Metsien inventoinnissa mitataan yleensä läpimitta rinnankorkeudelta jokaisesta koealalle osuneesta puusta. Alla olevassa taulukossa esitetään läpimittajakauma (=frekvenssitaulukko) 90 koealan puista poislukien kuitupuumittaa pienemmät rungot. Luokan leveys on 2 cm ja luokkakeskus on aina pariton arvo. Laske läpimittajakaumasta:

- läpimitan keskiarvo (*maksimi 5 p*)
- läpimitan mediaani [luokkakeskus] (*maksimi 5 p*)
- läpimitan keskihajonta (*maksimi 5 p*)
- keskimääräinen koealakohtainen tilavuus (m^3/koeala) olettaen, että puun tilavuus (m^3/runko) saadaan kaavalla $(-0,29+0,043*\text{läpimitta})^2$, läpimitta senttimetreinä. (*maksimi 6 p*)

luokkakeskuksen läpimitta (cm)	frekvenssi
13	467
15	368
17	277
19	252
21	132
23	56
25	18
27	5
29	4
31	1

Mallivastaus:

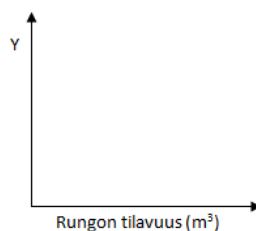
luokkakeskuksen läpimitta (cm)	frekvenssi	apu d*f	apu cum f	apu poikkeuma	apu v per runko	apu v per luokka
13	467	6071	467	5334,40	0,07	33,79
15	368	5520	835	700,56	0,13	46,38
17	277	4709	1112	106,57	0,19	53,87
19	252	4788	1364	1730,16	0,28	69,99
21	132	2772	1496	2817,77	0,38	49,60
23	56	1288	1552	2454,35	0,49	27,36
25	18	450	1570	1337,56	0,62	11,09
27	5	135	1575	563,95	0,76	3,79
29	4	116	1579	637,08	0,92	3,66
31	1	31	1580	213,75	1,09	1,09

- a) keskiarvo 16,38 jos oikea arvo on esitetty mutta pyöristetty tasalukuun 16: 2 p
 b) mediaani 15,00
 c) keskihajonta 3,17 yksi desimaali riittää tarkkuudeksi eli 3,2 on myös hyväksytty
 vastaus
 d) tilavuus/koeala 3,34 yksi desimaali riittää tarkkuudeksi eli 3,3 on myös hyväksytty
 vastaus

MATEMATIIKKA2.

Puurunkojen koko eli rungon tilavuus (m^3) vaikuttaa suuresti koneellisen puunkorjuun tuottavuuteen ja kustannuksiin. Käyttökustannusten pysyessä ennallaan runkojen keskikoon pienetessä tuottavuus laskee ja korjuukustannukset kasvavat.

- a) Havainnollista piirtämällä suorat (neljä eri piirrosta), kuinka seuraavat ilmiöt käyttäytyvät, kun vaaka-akselilla on aina rungon keskikoko (m^3) ja pystyakselilla (y) on
- 1) Korjuukustannus ($€/m^3$),
 - 2) Tuottavuus (m^3/h), (h = tunti)
 - 3) Tehokkuus (h/m^3),
 - 4) Käyttökustannus ($€/h$).
- (maksimi 4 p)



- b) Päätehakuun puunkorjuussa hakkuukoneen tuottavuus mäntyrungoille ja kuusirungoille voidaan määrittää kaavoilla:

$$P_{\text{mänty}} = 1,383 + 99,375x - 39,824x^2$$

$$P_{\text{kuusi}} = 4,067 + 78,623x - 18,507x^2,$$

jossa

$$P_{\text{mänty}} \text{ ja } P_{\text{kuusi}} = \text{tuottavuus (m}^3/\text{h)}$$

$$x = \text{rungon koko (m}^3\text{)}.$$

Kuinka paljon hakkuukoneen tuottavuudet ovat mäntyrungoille ja kuusirungoille, kun $x = 1,2$ ja kuinka paljon tuottavuus männylle poikkeaa (%) tuottavuudesta kuuselle? (maksimi 4 p)

- c) Yksittäisen rungon (i) korjuun kuutiokohtainen ajanmenekki (tx_i/m^3) riippuu rungon koosta (x_i), rungon koosta riippumattomista työvaiheista (t_{i2}), rungon koosta riippuvista mitattavista työvaiheista (t_{i3}), rungon koosta riippuvasta kokonaisajankulutuksesta, jota ei voi mitata runkokohtaisesti (T), ja hakatun puumäärän kokonaistilavuudesta (X):

$$tx_i / m^3 = \frac{T}{X} + \frac{t_{i2}}{x_i} + \frac{t_{i3}}{x_i}$$

Puunkorjuuseen kuuluvat työvaiheet ovat siirtyminen, kaato, karsinta, katkonta ja ennakkoraivaus. Siirtymisen ajankulutus ei riipu rungon koosta, mutta muut työvaiheet riippuvat. Ennakkoraivaus ei ole kohdennettavissa yhdelle rungolle, mutta kaato, karsinta ja katkonta ovat. Paljonko on ajankulutus

1) kuutiometriä kohti ja

2) runkoa kohti,

kun rungon koko on $0,6 \text{ m}^3$, siirtyminen vie 18 sekuntia, kaato 82 sekuntia, karsinta 199 sekuntia, katkonta 226 sekuntia ja ennakkoraivaus koko alalta 1355 sekuntia? Hehtaarilta hakatun puuston kokonaistilavuus kohteella on $259,4 \text{ m}^3$.

3) Miksi ajanmenekin kaavassa lasketaan rungon koosta riippuva, ei mitattava

ajanmenekki, tekijällä $\frac{T}{X}$ tekijän $\frac{t_{il}}{x_i}$ sijaan? (maksimi 9 p)

d) Metsätyön aikatutkimuksessa käytetään usein yksikkönä senttiminuuttia (cmin) eli minuutin sadasosaa. Paljonko kohdan c)

1) katkonta kestää senttiminuutteina,

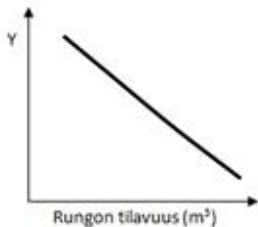
2) katkonta kestää tunteina,

3) runkojen kokonaistilavuus on litroina neliökilometriä kohti,

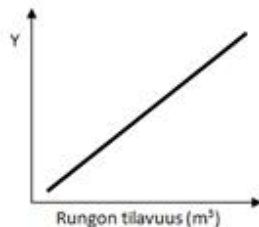
4) runkojen kokonaistilavuus on kuutiosenttimetreinä neliometriä kohti? (maksimi 4 p)

Mallivastaus:

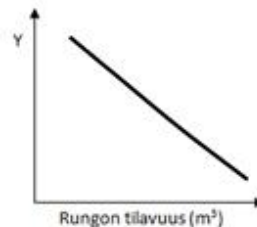
a1) (1p)



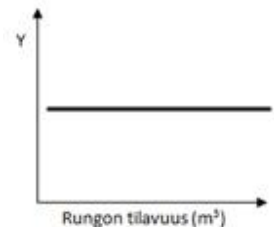
a2) (1p)



a3) (1p)



a4) (1p)



b) Sijoitetaan annettuihin tuottavuuden kaavoihin $1,2 \text{ m}^3$

$$P_{\text{mänty}} = 1,383 + 99,375 * 1,2 - 39,824 * 1,2^2 = 63,29 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$P_{\text{kuusi}} = 4,067 + 78,623 * 1,2 - 18,507 * 1,2^2 = 71,76 \text{ m}^3/\text{h}$$

Koneellisen hakkuun tuottavuus mäntyrungoille runkokokoalla $1,2 \text{ m}^3$ on $63,29 \text{ m}^3/\text{h}$ ja kuusirungoille runkokokoalla $1,2 \text{ m}^3$ on $63,29 \text{ m}^3/\text{h}$ (2p)

Männyn tuottavuus poikkeaa kuusen tuottavuudesta:

$$100\% - 100\% * \frac{63,59}{71,76} = 11,81\% \text{ (2p)}$$

c1) Ajankulutus kuutiometriä kohti (runkokoalla $0,6 \text{ m}^3$):

T = ennakkoraivaus, 1355 sekuntia

t_{i2} = siirtyminen, 18 sekuntia

t_{i3} = kaato, karsinta, ja katkonta, 82+199+226 sekuntia

$X = 259,4 \text{ m}^3$

$x_i = 0,6 \text{ m}^3$

$$tx_i / m^3 = \frac{T}{X} + \frac{t_{i2}}{x_i} + \frac{t_{i3}}{x_i}$$

$$tx_i / m^3 = \frac{1355}{259,4} + \frac{18}{0,6} + \frac{82+199+226}{0,6} = 880 \text{ sekuntia eli } 14 \text{ minuuttia } 40 \text{ sekuntia } (3p)$$

c2) Ajankulutus runkoa kohti (runkokoolla $0,6 \text{ m}^3$):

$$tx_i / runko = 0,6 * \frac{T}{X} + t_{i2} + t_{i3}$$

$$tx_i / runko = 0,6 * \frac{1355}{259,4} + 18 + 82 + 199 + 226 \\ = 528 \text{ sekuntia eli } 8 \text{ minuuttia } 48 \text{ sekuntia}$$

tai

$$tx_i / runko = 0,6 * 880 \text{ sekuntia} = 528 \text{ sekuntia } (3p)$$

c3) Kyseessä on rungon koosta johtuva ajankulutus jota ei voi määrittää runkokohtaisesti (i), jolloin se on laskettava keskiarvona kaikista kohteen rungoista. (3p)

d1) 226 sekuntia = $226/0,6 = 376,67 \text{ cmin } (1p)$

d2) 226 sekuntia = $226/60/60 = 0,063 \text{ tuntia } (1p)$

d3) $259,4 \text{ m}^3/\text{ha} = 259,4 * 1000 * 100 = 25\,940\,000 \text{ litraa}/\text{km}^2 (1p)$

d4) $259,4 \text{ m}^3/\text{ha} = 259,4 * 1000 * 1000 / 10000 = 25\,940 \text{ cm}^3/\text{m}^2 (1p)$

MATEMATIIKKA3.

Pekalla on metsää 97 000 euron arvosta vuonna 2013. Metsän pinta-ala on 26,7 hehtaaria. Metsän arvo koostuu pelkästään metsän sisältämän puutavaran arvosta. Pekan metsäomaisuuden arvo kasvaa tällä hetkellä 3,6 % vuosivauhdilla. Pankista Pekka saa korkoa 2,7 % vuodessa.

- Pekalla on kaksi vaihtoehtoa. Hän voisi joko hakata nyt metsän kokonaisuudessaan ja sijoittaa puun myyntitulot pankkiin. Toisaalta Pekka voisi myös jättää puut metsään kasvamaan. Millainen euromääräinen ero näiden kahden vaihtoehdon välille muodostuu kymmenessä vuodessa? Voit olettaa sekä metsäomaisuuden arvon kasvun että pankin myöntämän koron olevan vakio. (maksimi 6 p)
- Miten tilanne muuttuu, jos otetaan huomioon, että puun myyntituloista maksetaan veroa 30 % ja myöhemmin korosta vuosittain 30 %? Verojen maksamisen jälkeen jäljelle jäänyt korko jätetään tilille kasvamaan uutta korkoa. Puun myyntituloista maksetaan 30 % vero myös, jos hakkuu tehdään 10 vuoden päästä. (maksimi 7 p)

- c) Pekan metsässä on puuta 3 200 m³. Tukkipuun hinta on 53 €/m³ ja kuitupuun 18 €/m³. Paljonko on puukuutiometrin keskimääräinen arvo? Mitä voit tämän perusteella sanoa Pekan metsän puutavaran jakautumisesta kuitupuun ja tukkipuun suhteen? Paljonko on Pekan metsän tukkiprosentti eli tukkipuun osuus kaikesta puutavarasta? Voit olettaa Pekan metsän puutavaran jakautuvan vain kuitupuuhun ja tukkipuuhun. (maksimi 8 p)

Mallivastaus:

- a) Metsänä $97\,000\text{€} \cdot (1+0,036)^{10} = 138\,155,85\text{€}$ (2p)
 Pankissa $97\,000\text{€} \cdot (1+0,027)^{10} = 126\,612,38\text{€}$ (2p)
 Näiden erotus $138\,155,85\text{€} - 126\,612,38\text{€} = 11\,543,47\text{€}$ (1p)
 T: Metsänä omaisuuden arvo kehittyi 11 543,47 euroa suuremmaksi. (1p)

Jos pelkästään sijoitettu kaavaan, muttei laskettu arvoja: 1p/kohta.

Jos ei ole laskettu korkoa korolle: 0p.

Viimeisen pisteen saa vain, jos vastaus on jotenkin erikseen korostettu (alleviivattu, kirjoitettu tai pyörästetty).

Pyöristysvirhe/huolimattomuusvirhe: -1p/kohta (desimaaliosassa olevista ei rankaista).

Jos laskussa käytetty korkovuosina yhdeksää kymmenen sijaan, maksimi 3p.

- b) *Vaihtoehto 1*
 Taulukointi

Vuosi	Vuoden alussa	Korko	Veroton korko
2013	67900,00	1833,30	1283,31
2014	69183,31	1867,95	1307,56
2015	70490,87	1903,25	1332,28
2016	71823,15	1939,23	1357,46
2017	73180,61	1975,88	1383,11
2018	74563,72	2013,22	1409,25
2019	75972,98	2051,27	1435,89
2020	77408,87	2090,04	1463,03
2021	78871,89	2129,54	1490,68
2022	80362,57	2169,79	1518,85

Vuoden alussa –sarakeessa on huomioitu hakkuussa maksettava vero $97\,000\text{€} \cdot 0,7 = 67\,900\text{€}$ Vuoden alussa olevalle pääomalle kertyvä korko on $67\,900\text{€} \cdot 0,027 = 1\,833,30\text{€}$. Tästä korosta maksetaan vero ja jäljelle jää veroton korko $1\,833,30\text{€} \cdot 0,7 = 1\,283,31\text{€}$. Veroton korko ja vuoden alussa ollut luku siirtyvät seuraavan vuoden alkuun $67\,900\text{€} + 1\,283,31\text{€} = 69\,183,31\text{€}$. Näin saadaan pankin osalta lukemaksi $80\,363,57\text{€} + 1\,518,85\text{€} = 81\,881,43\text{€}$ (3p)

Metsänä $[97\,000\text{€} \cdot (1+0,036)^{10}] \cdot 0,7 = 96\,709,10\text{€}$ (2p)

Näiden erotus $96\,709,10\text{€} - 81\,881,43\text{€} = 14\,827,67\text{€}$ (1p)

T: Metsänä omaisuuden arvo kehittyy $14\,827,67$ euroa suuremmaksi. (1p)

Vaihtoehto 2

Korkoa korolle –kaava

”Pidätetään” korosta ensin vero $2,7\% \cdot 0,7 = 1,89\%$. Käytetään tätä korkona kaavassa.

Pankissa $(97\,000\text{€} \cdot 0,7) \cdot (1+0,0189)^{10} = 81\,881,43\text{€}$ (3p)

Metsänä $[97\,000\text{€} \cdot (1+0,036)^{10}] \cdot 0,7 = 96\,709,10\text{€}$ (2p)

Näiden erotus $96\,709,10\text{€} - 81\,881,43\text{€} = 14\,827,67\text{€}$ (1p)

T: Metsänä omaisuuden arvo kehittyy $14\,827,67$ euroa suuremmaksi. (1p)

Pyöristysvirhe/huolimattomuusvirhe: -1p/kohta (desimaaliosassa olevista ei rankaista).

Jos pelkästään sijoitettu kaavaan, muttei laskettu arvoja: 1p/kohta.

Viimeisen pisteen saa vain, jos vastaus on jotenkin erikseen korostettu (alleviivattu, kirjoitettu tai pyöristetty).

Jos laskussa käytetty korkovuosina yhdeksää kymmenen sijaan, maksimi 3p.

c) Pekan metsässä on puuta $3\,200\text{ m}^3$ ja sen arvo on $97\,000\text{€}$ Puukuutiometrin keskimääräinen arvo on siis

$$\frac{97\,000\text{€}}{3\,200\text{ m}^3} = 30,31 \frac{\text{€}}{\text{m}^3}. \quad (1\text{p})$$

Tämä on lähempänä kuitupuun hintaa kuin tukkipuun hintaa, joten metsässä on enemmän kuitupuuta kuin tukkipuuta. (2p)

Tukkiprosentti voidaan laskea annettujen tietojen perusteella yhtälöparista

$$\begin{cases} 53x + 18y = 30,3125 \\ y + x = 1 \end{cases} \quad (3\text{p})$$

jossa y on kuitupuun osuus puutavarasta ja x on tukkipuun osuus puutavarasta.

Ratkaistaan ensin alempi yhtälö y :n suhteen.

$$\begin{array}{r} y + x = 1 \\ \quad \quad \quad | -x \\ \hline y = 1 - x \end{array}$$

Sijoitetaan $y = 1 - x$ ylempään yhtälöön.

$$\begin{array}{r} 53x + 18(1-x) = 30,3125 \\ 53x + 18 - 18x = 30,3125 \quad (1\text{p}) \\ 35x + 18 = 30,3125 \quad | -18 \\ 35x = 12,3125 \quad | :35 \\ x = 12,3125 : 35 = 0,3517 \end{array}$$

T: Pekan metsän tukkiprosentti on noin 35 %. (1p)

Yhtälöparin voi muodostaa myös niin, että x kuvaa tukkipuun määrää (m^3) ja kuitupuun määrää (m^3), jolloin se on muotoa:

$$\begin{cases} 53x + 18y = 97\,000 \\ y + x = 3\,200 \end{cases}$$

Keskimääräiseen arvoon perustuvan tulkinnan pisteet saa, jos tulkinnalle on sanottu jotain perusteita. Jos tulkinnassa on sanottu kuitupuuta olevan ”hieman” enemmän kuin tukkipuuta, -1p, sillä kuitupuuta on lähes kaksinkertainen määrä tukkipuuhun verrattuna. Jos tukkiprosentti on laskettu haarukoimalla oikeaa määrää, maksimipisteet tukkiprosentin laskennasta ovat 2.

Jos yhtälöparin yhtälöistä vain toinen on kirjoitettu, 1 p.

Pyöristysvirhe/huolimattomuusvirhe: -1p/kohta (desimaaliosassa olevista ei rankaista).

Viimeisen pisteen saa vain, jos vastaus on jotenkin erikseen korostettu (alleviivattu, kirjoitettu tai pyöristetty).